

# EL ÁLGEBRA Y EL LENGUAJE MATEMÁTICO EN LA INVESTIGACIÓN CIENTÍFICA

Almudena Vega

Universidad Politécnica de Madrid

17 Diciembre, 2015

# Outline

- 1 Introducción
- 2 Matemáticas y Álgebra en Investigaciones Espaciales
- 3 Matemáticas y Algebra en Aviación
- 4 Matemáticas y Álgebra en Investigación en Medicina
- 5 Matemáticas y Álgebra en Investigación en Turbomaquinaria
  - Estudio de la Aerodinámica no Estacionaria de Álabes de Motor Vibrantes (Vega&Corral JoT, 2015 y JPP, 2012)
  - Validación del Efecto Estabilizador en Flameo de los Alabes Soldados (Corral, et al. JoT, 2007) (Vega&Corral JoT, 2014)



# Introducción

- 1 Introducción
- 2 Matemáticas y Álgebra en Investigaciones Espaciales
- 3 Matemáticas y Algebra en Aviación
- 4 Matemáticas y Álgebra en Investigación en Medicina
- 5 Matemáticas y Álgebra en Investigación en Turbomaquinaria
  - Estudio de la Aerodinámica no Estacionaria de Álabes de Motor Vibrantes (Vega&Corral JoT, 2015 y JPP, 2012)
  - Validación del Efecto Estabilizador en Flameo de los Alabes Soldados (Corral, et al. JoT, 2007) (Vega&Corral JoT, 2014)



# Introducción

- **Las matemáticas surgieron como una necesidad del hombre para resolver problemas**
- Han **evolucionado** desde su **forma más simple (pero útil)**
  - las operaciones se realizaban con números concretos y estaban referidas a problemas concretos
- Hasta su **forma más compleja**
  - muchos de los problemas respondían a un patrón común
  - únicamente variaban los números concretos
  - aparición de las “**fórmulas**”, que permitían describir esos problemas generales



# Introducción

- **Desarrollo del álgebra**
  - más o menos por el siglo XVI, XVII
- Merecen destacarse los nombres
  - **Diofanto**
  - **Al-Jwarizmi**
  - **Leonardo de Pisa**
  - **Vieta**
  - **Neper**
  - **Descartes...**



# Importancia del Álgebra

- **En la actualidad**, el álgebra es una disciplina
  - muy amplia
  - indispensable para el estudio no sólo de muchas ramas de la matemática, sino también de todas las ciencias
- Su **importancia** reside en
  - permite traducir problemas de la vida real, de diversa complejidad, al lenguaje algebraico
  - resolverlos
- **Aplicaciones** en:
  - Ingeniería, Medicina, Economía, Biología, Periodismo ...



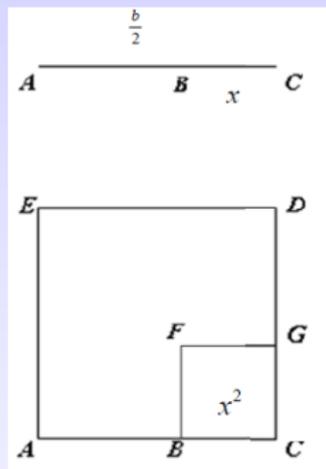
# Importancia del Álgebra

- Es un **lenguaje**
  - el lenguaje matemático
  - el lenguaje científico (de un modo muy general. . . .)
  - todas las ciencias de un modo o de otro hacen uso de ese lenguaje.
- **Demostraciones en la antigüedad:** “ecuaciones” en la época de Diofanto o Al-Jwarizmi, **se interpretaban de un modo geométrico**, y las **demostraciones** mismas eran **geométricas**.



# Importancia del Álgebra

- Demostraciones de la ecuación de segundo grado
  - Al-Jwarizmi
  - Pedro Nunes (s. XVI): primer libro de álgebra en Castellano en el cual hay demostraciones.
    - $x^2 + bx = c$  donde  $b, c$  son constantes conocidas



# Importancia del Álgebra

- El álgebra es una **herramienta** muy poderosa que aligera las **demostraciones**
- No sólo es la **representación de los problemas de la vida real en el lenguaje matemático.**
- El álgebra continúa **desarrollándose**
- En **todas las disciplinas científicas** nos encontramos con ejemplos de ecuaciones que sirven para describir modelos
  - se modeliza la realidad para investigarla mediante instrumentos matemáticos.



# El Álgebra y los Ordenadores

- Existe una **grán relación** entre el **álgebra** y el **lenguaje matemático y los ordenadores**
- El uso de ordenadores es **indispensable en cualquier disciplina científica**
- Se desarrollan **algoritmos de cálculo** que permiten
  - simular experimentos
  - resolver ecuaciones, sistemas. . . .
- Las **herramientas de simulación numérica, pueden sustituir a los experimentos**
  - **Menor coste**
  - **Posibilitan realizar estudios paramétricos de forma precisa**
  - Los resultados se pueden inspeccionar en detalle
  - Se pueden construir modelos descriptivos



# El Álgebra y los Ordenadores

- **Gran parte del trabajo de los ingenieros y científicos en la actualidad consiste en desarrollar códigos de ordenador**
  - sustituir los experimentos
  - simulación de condiciones reales
  - diseño de aviones, de coches, de barcos. . . .
- Códigos: **resuelven ecuaciones matemáticas, usan el álgebra**



# Caso Google

- **La patente más famosa de Google: PageRank**
- Una de las **principales ventajas competitivas**
- Hizo que todo el mundo se pasara de Hispavista, Yahoo,
- Hallan el **valor o la importancia** que tiene una página **web** por medio de este **algoritmo**
  - **Ordenan en una matriz** de importancias cada página web
  - **Resuelven un sistema de autovalores**
  - Vuelcan como **resultado** las **páginas** más **importantes** según unos criterios de búsqueda



# Introducción

- 1 Introducción
- 2 Matemáticas y Álgebra en Investigaciones Espaciales
- 3 Matemáticas y Algebra en Aviación
- 4 Matemáticas y Álgebra en Investigación en Medicina
- 5 Matemáticas y Álgebra en Investigación en Turbomaquinaria
  - Estudio de la Aerodinámica no Estacionaria de Álabes de Motor Vibrantes (Vega&Corral JoT, 2015 y JPP, 2012)
  - Validación del Efecto Estabilizador en Flameo de los Alabes Soldados (Corral, et al. JoT, 2007) (Vega&Corral JoT, 2014)



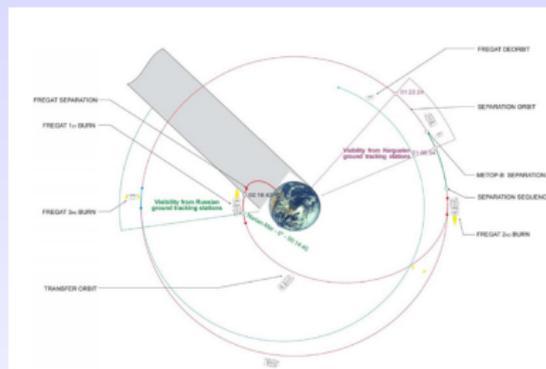
# Satélites

- El **diseño** de un satélite involucra complejas fórmulas y simplificaciones matemáticas.



# Satélites

- **Puesta en órbita:** Los satélites se ponen en órbita mediante un impulso
  - El cálculo de este impulso se realiza por medio de varias ecuaciones matemáticas
- El **cambio de órbita o la corrección de la órbita** también implica el cálculo del impulso necesario



# Importancia Satélites

- **Tipos satélites:**

- Satélites de Telecomunicaciones (Radio y Televisión)
- Satélites Meteorológicos
- Satélites de Navegación
- Satélites Militares y espías
- Satélites de Observación de la tierra
- Satélites Científicos y de propósitos experimentales



- La investigación espacial es muy útil para la vida en la Tierra:
  - **Potabilizar agua**
    - utilizando la tecnología desarrollada por la estación espacial
    - en áreas de la Tierra afectadas por este problema
    - **las matemáticas, combinadas con la física fueron fundamentales en el desarrollo de esta tecnología**



# Aplicaciones

- La **Corporación de Seguridad del Agua**, una empresa que colabora con la **NASA**, ha desplegado en algunos países **sistemas de purificación** usando la **tecnología de procesamiento de agua de la NASA**.



# Aplicaciones

- La investigación espacial es muy útil para la vida en la Tierra:
  - **Detección cancer de mama**
  - El **Robot Autónomo de Imagen Guiada** (IGAR, por sus siglas en inglés) es un **instrumento quirúrgico inspirado en unos brazos robóticos** diseñados por la **agencia espacial de Canadá** en la **Estación Espacial Internacional**.
  - **En el desarrollo del robot intervinieron matemáticos, ingenieros, físicos...**



# Aplicaciones

- Ayudar a identificar con precisión el tamaño y la ubicación del tumor.
- Gracias a él, los cirujanos también serán capaces de realizar movimientos muy precisos durante las biopsias
  - El Robot lee los modelos matemáticos que se le introducen



# Introducción

- 1 Introducción
- 2 Matemáticas y Álgebra en Investigaciones Espaciales
- 3 Matemáticas y Algebra en Aviación**
- 4 Matemáticas y Álgebra en Investigación en Medicina
- 5 Matemáticas y Álgebra en Investigación en Turbomaquinaria
  - Estudio de la Aerodinámica no Estacionaria de Álabes de Motor Vibrantes (Vega&Corral JoT, 2015 y JPP, 2012)
  - Validación del Efecto Estabilizador en Flameo de los Alabes Soldados (Corral, et al. JoT, 2007) (Vega&Corral JoT, 2014)



# Aplicaciones

- La aviación moderna sería imposible sin matemáticas, cada rama de ella tiene que ver con alguna parte de las matemáticas



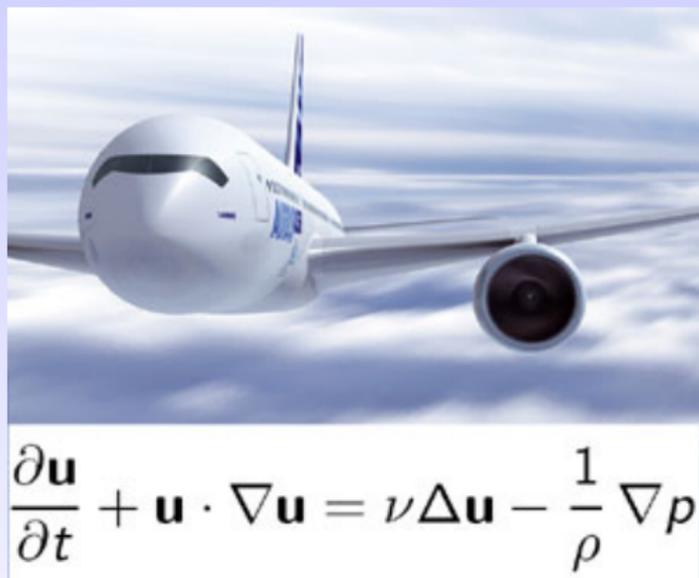
# Aplicaciones

- Las **rutas** y la **rentabilidad de una aerolínea** se consiguen por medio de la **Teoría de Redes** y la **Investigación de Operaciones**
- La **densidad de asientos** se calcula estrictamente basándose en la **modelización**.



# Aplicaciones

- El **diseño** de cualquier avión involucra complicadas ecuaciones matemáticas, que se modelizan por medio de ordenadores
- Cada pieza es el resultado del trabajo de cientos de personas durante años



# Contexto

- **Optimización:** en el ámbito mundial se han fijado unos objetivos muy ambiciosos:
  - diseñar aviones que respeten el medio ambiente (**combustible y ruido**)
  - **costes** económicos reducidos
- **Los modelos matemáticos juegan un papel fundamental**



# Método de Trabajo

- Se resuelven las ecuaciones que gobiernan el movimiento de un fluido (Navier Stokes)

$$\frac{\partial U}{\partial t} + \nabla \cdot F_c(U) = \nabla \cdot F_v(U)$$

- Se calcula la fuerza del aire sobre el avión, para calcular:
  - **sustentación** (fza. vertical que mantiene al avión en vuelo)
  - **resistencia aerodinámica** (fza. horizontal con que el aire frena al avión)



# Método de Trabajo

- **La sustentación crece con el ángulo de ataque**
  - Angulo de ataque excesivo: entra en pérdida y pierde sustentación
  - Placa plana:  $c_L \sim 2\pi\alpha \Rightarrow L \sim \frac{1}{2}\rho_\infty U_\infty^2 c_L = \frac{1}{2}\rho_\infty U_\infty^2 2\pi\alpha$

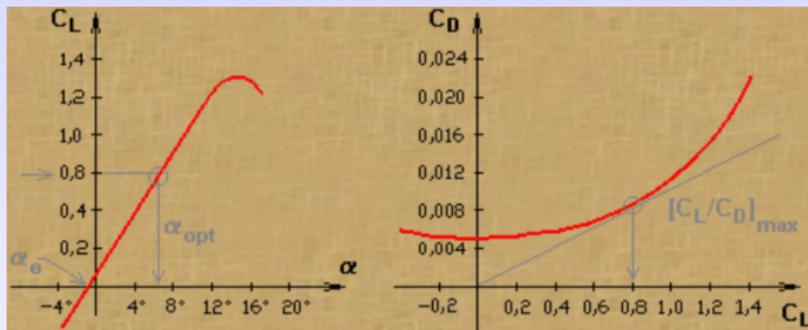


# Método de Trabajo

- La sustentación crece con el ángulo de ataque:  $c_L \sim 2\pi\alpha$
- Resistencia crece con la sustentación (curva polar)

$$C_D = \frac{D}{\frac{1}{2}\rho_\infty U_\infty^2 A_F}$$

- **Mínima para pequeño ángulo de ataque**
- **Crece moderadamente en función de la carga aerodinámica**
- **Incremento muy fuerte al entrar en pérdida** el perfil.



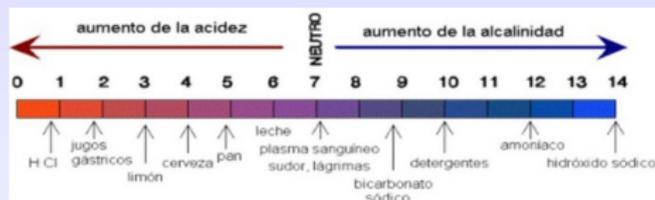
# Introducción

- 1 Introducción
- 2 Matemáticas y Álgebra en Investigaciones Espaciales
- 3 Matemáticas y Algebra en Aviación
- 4 Matemáticas y Álgebra en Investigación en Medicina**
- 5 Matemáticas y Álgebra en Investigación en Turbomaquinaria
  - Estudio de la Aerodinámica no Estacionaria de Álabes de Motor Vibrantes (Vega&Corral JoT, 2015 y JPP, 2012)
  - Validación del Efecto Estabilizador en Flameo de los Alabes Soldados (Corral, et al. JoT, 2007) (Vega&Corral JoT, 2014)



# Aplicaciones

- **Aplicaciones matemáticas típicas:**
  - **Logaritmos** calcular pH en química
  - **Ecuaciones químicas**
  - **Cálculo de mezclas**
  - Paso de la información de padres a hijos (**Genética**) :  
Estadística y probabilidad



# Mendel y la Herencia Genética

- Mendel estudió el comportamiento de ciertas plantas, las cruzó entre sí y determinó como se relacionaban genéticamente los padres e hijos.
- Introduciendo los conceptos de Genotipo y Fenotipo
- Origen de los estudios de herencia genética



# Innovación

- Cada año se descubren miles de fórmulas científicas que relacionan fenómenos de la naturaleza matemáticamente
  - **Cálculo de la escala de tiempo**: nueva herramienta, la cual utiliza la estadística y probabilidad para determinar el tiempo en que podría sanar una herida, por ejemplo.



# Innovación

- **Cálculo de la escala de tiempo:**
- **Realizan estudios estadísticos, recogiendo datos y muestras**
  - Posible regularidad en la cicatrización de una herida
  - Tiempo de reproducción del virus
  - Comportamiento migratorio de algunas aves
  - Se podrían determinar también las épocas de mayor probabilidad de contagio de algún virus transmitido por insectos



# Introducción

- 1 Introducción
- 2 Matemáticas y Álgebra en Investigaciones Espaciales
- 3 Matemáticas y Algebra en Aviación
- 4 Matemáticas y Álgebra en Investigación en Medicina
- 5 Matemáticas y Álgebra en Investigación en Turbomaquinaria**
  - Estudio de la Aerodinámica no Estacionaria de Álabes de Motor Vibrantes (Vega&Corral JoT, 2015 y JPP, 2012)
  - Validación del Efecto Estabilizador en Flameo de los Alabes Soldados (Corral, et al. JoT, 2007) (Vega&Corral JoT, 2014)



# Introducción

- 1 Introducción
- 2 Matemáticas y Álgebra en Investigaciones Espaciales
- 3 Matemáticas y Algebra en Aviación
- 4 Matemáticas y Álgebra en Investigación en Medicina
- 5 Matemáticas y Álgebra en Investigación en Turbomaquinaria**
  - Estudio de la Aerodinámica no Estacionaria de Álabes de Motor Vibrantes (Vega&Corral JoT, 2015 y JPP, 2012)
  - Validación del Efecto Estabilizador en Flameo de los Alabes Soldados (Corral, et al. JoT, 2007) (Vega&Corral JoT, 2014)



# Introducción

- En la actualidad, fatiga de altos ciclos ~ 30% del coste total de desarrollo de motores de avión.
- La aerodinámica no estacionaria de álabes vibrantes está presente en:
  - 1 Vibraciones auto-excitadas (**Flameo**)
  - 2 Vibraciones de Forzadas (**Respuesta Forzada**)
- Los ingenieros estudian la inestabilidad del motor por estos fenómenos
  - **Calculan el trabajo por ciclo de vibración**

$$W_{cycle} = \int p' \delta dA$$



# Motivación

- **Esfuerzos en la industria y en el mundo académico se centran en el cálculo del trabajo por ciclo**
- Los métodos numéricos se usan como Cajas Negras
  - La física de la aerodinámica no estacionaria no se estudia en detalle
  - Poco conocimiento acerca de ello
  - Un gran número de fenómenos conocidos
    - carecen de un soporte teórico
- **Revisitar la dependencia matemática de la aerodinámica no estacionaria de álabes vibrantes con la frecuencia de vibración**
- **Derivar conclusiones prácticas**



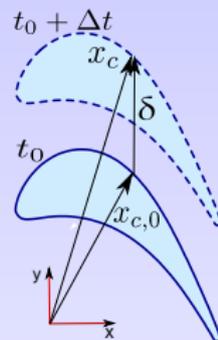
# Ecuaciones del Problema

- Ecuaciones de Navier-Stokes:

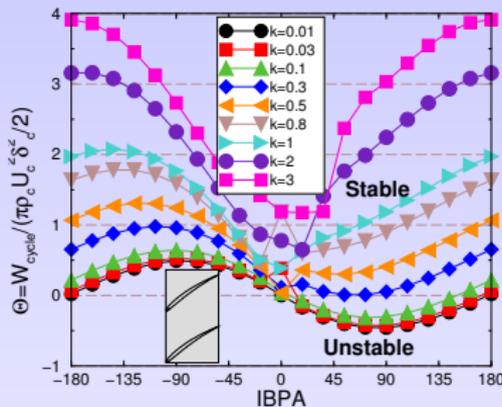
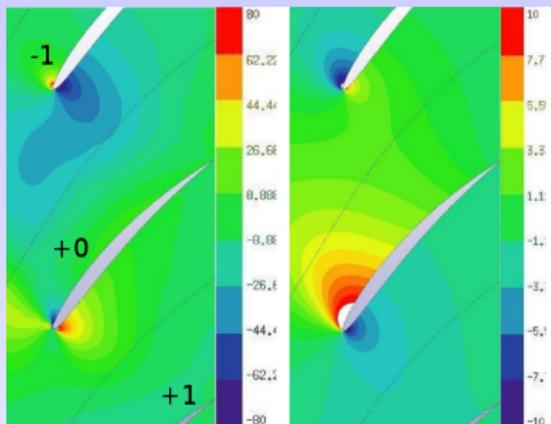
$$\frac{\partial U}{\partial t} + \nabla \cdot F_c(U) = \nabla \cdot F_v(U)$$

- Condición de contorno de no deslizamiento:

$$\mathbf{V}(x_c, t) = \delta$$



# Resultados Simulación



# Introducción

- 1 Introducción
- 2 Matemáticas y Álgebra en Investigaciones Espaciales
- 3 Matemáticas y Algebra en Aviación
- 4 Matemáticas y Álgebra en Investigación en Medicina
- 5 Matemáticas y Álgebra en Investigación en Turbomaquinaria**
  - Estudio de la Aerodinámica no Estacionaria de Álabes de Motor Vibrantes (Vega&Corral JoT, 2015 y JPP, 2012)
  - Validación del Efecto Estabilizador en Flameo de los Alabes Soldados (Corral, et al. JoT, 2007) (Vega&Corral JoT, 2014)



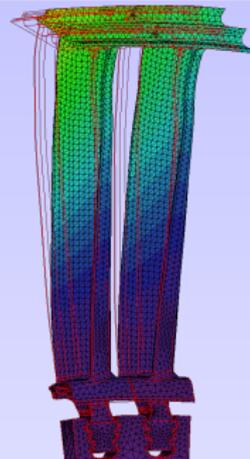
# Introducción

- Las palas de Turbinas de Baja Presión en Motores de Turborreacción rotan cada día a más baja velocidad
  - reducir el ruido
  - aumento en el tamaño, coste y peso
- Reducir el tamaño: buen mecanismo para ahorrar peso**
  - Frecuencias disminuyen  $\Rightarrow$  FLAMEO !!!**
- Para controlar la vibración de los rotores de LPT, se utilizan distintas configuraciones**
  - Cantilever**
  - Welded in Pair**
  - Interlock**



# Motivación

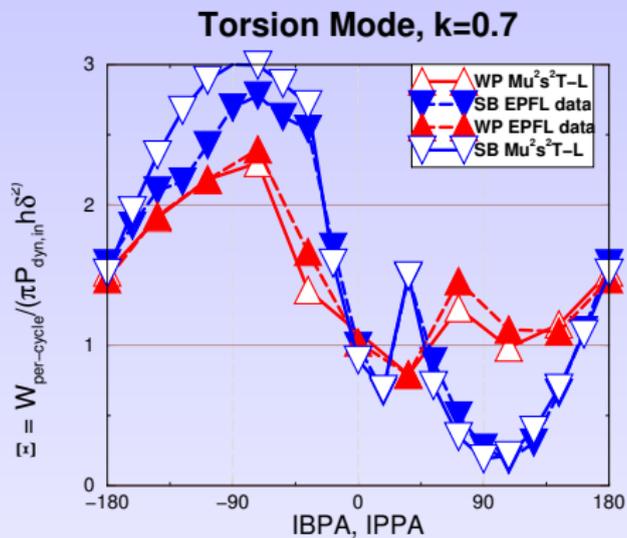
- Welded in pair:
  - Pares de álabes soldados en su base
  - **Se puede observar en muchos motores turbofán**



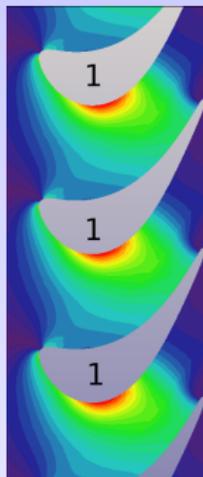
## Objective

- **Validar los principios de funcionamiento de la configuración WP**  
combinando simulaciones numéricas y ecuaciones analíticas

# Resultados Simulación



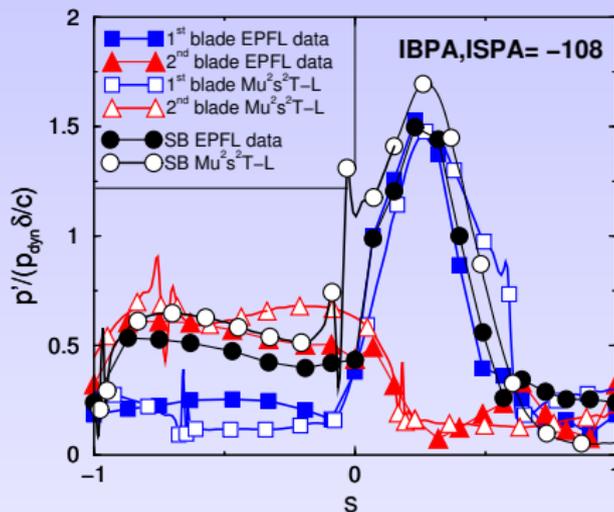
# Explicación del mecanismo de estabilización



SB



WP



# Explicación del mecanismo de estabilización

- El trabajo por ciclo se puede expresar como:

$$W_{\text{cycle}_{SB}} = \pi p'_c \delta_c c \left[ \tilde{l}_0 \sin \phi_0 + \tilde{l}_{\pm 1} \sin(\phi_1 \mp \sigma) + \tilde{l}_{\pm 2} \sin(\phi_1 \mp \sigma) + \dots \right]$$

- Si solo contribuye al trabajo por ciclo un álabe de cada dos (efecto escudo de uno sobre otro):

$$W_{\text{cycle}_{WP}} = \pi p'_c \delta_c c \left[ \tilde{l}_0 \sin \phi_0 + \tilde{l}_1 \sin(\phi_1 \mp \sigma) + \tilde{l}_2 \sin(\phi_1 \mp \sigma) + \dots \right] < W_{\text{cycle}_{SB}}$$



Fin

¿Preguntas?

